4G6598 2) (a

CONSIDERAZIONI
IDEOLOGICHE

SULLA

MATEMATICA PURA

DI

GIUSTO BELLAVITIS

BIBLIOTECA VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

PADOVA
Co' tipi di Angelo Sicca
1855

Digitized by Google

La discussione dei fondamenti d'ogni scienza forma parte della Ideología, essendochè l'esame d'ogni sapere si riduce all'esame del nostro pensiero; i fatti stessi non potendo costituire scienza, se non in quanto si traducono in idee. Questo esame ideologico deve accompagnarsi al conoscimento della scienza, e dei dubbj che realmente in essa si presentano; poichè altrimenti si potrebbe scambiare le astrazioni della propria mente colla scienza dagli altri coltivata, e trovare dubbj e difficoltà dove tutto sembra sicuro e chiaro a chi non si fa servo dell'inesorabile sofisma.

La Matematica presenta motivi di certezza e di convincimento meglio che ogni altra scienza; nulladimeno essa pure deè appoggiare i suoi principj all'Ideología, sotto pena di cadere in errore, od almeno divenir soggetta a dubbio.

L'Autore si fa per ciò ad accennare alcune delle parti della Matematica pura, che gli sembrano meritevoli di esame. Egli crede che non ben si definisca l'oggetto principale della Matematica dicendo *quantità* tutto ciò ch'è suscettibile di aumento e di diminuzione. Egli crede che la *quantità* nasca dal confronto di quelle qualità, i cui differenti gradi sono suscettibili di esatto

Digitized by Google

paragone, e risulti dall'idea di quante volte, ossia di ripetizione.

Le difficoltà che s'incontrano nelle quantità *negative* sono dall'Autore appianate mediante il confronto colle quantità *frazionarie,* le quali, ove vogliasi procedere con esattezza, richieggono spiegazioni e definizioni analoghe a quelle che rendono chiara la genesi e la natura delle quantità *negative.*

Come la divisione e la sottrazione diedero origine alle quantità frazionarie e alle negative, così l'estrazione di radice introdusse ne' calcoli dei simboli d'impossibilità, che si dissero *quantità imaginarie,* e si credette di poterle calcolare come fossero vere quantità. L'Autore non ammette che ciò potesse farsi finchè non si aveva un tipo reale per le imaginarie, come lo si aveva per le frazionarie e per le negative; ed egli non trova opportune nè convincenti le maniere colle quali alcuni autori vollero giustificare l'uso delle quantità imaginarie; per lo che stimò conveniente che la loro considerazione fosse tolta interamente dall'Algebra inferiore, e nella superiore fosse considerata soltanto come un mezzo di ricerca, non già di dimostrazione.

Senonchè l'uso del calcolo degli imaginarj può giustificarsi in un modo conosciuto da molto tempo, ma di cui non si era mai osservata l'importanza ideologica per giustificare il calcolo degli imaginarj. La quantità è originariamente discreta; ma basta che esista una sola qualità suscettibile di quantità frazionarie, perchè il calcolo di queste sia legittimo e perfettamente giu-

stificato. In simil maniera se possa trovarsi un ente, nel quale vi sia qualche cosa che stia intermedia fra l'unità positiva e la negativa, e che fornisca un tipo alla radice di *meno uno*, si potrà rendere pienamente legittimo il calcolo degli imaginarj, e togliere tutte le sue difficoltà; poichè non sarà più un calcolo di simboli, nel quale quelle sole verificazioni sono possibili che si riducano a quantità reali, ma sarà invece relativo a cose reali, che presentano ad ogni momento il significato e la verificazione di quanto si va calcolando. Ora questo tipo dell'unità imaginaria fortunatamente esiste, ed è una retta perpendicolare a quella su cui si prendono da una parte le quantità positive, e dalla parte opposta le negative.

Tolta la difficoltà che presentavano le quantità imaginarie, e considerate come parti accessorie alcune teorie di simboli, di complessi ideali, di differenziali d'ordine frazionario ec., l'Autore trova gravissima l'objezione che può promuoversi all'uso delle serie infinite, considerate come espressioni delle funzioni sviluppate; poichè non solamente manca una vigorosa dimostrazione, che il valore della serie infinita convergente eguagli quello della funzione che co' noti processi si sviluppò in quella serie, ma possono anzi addursi degli esempj, nei quali la funzione e la serie convergente abbiano valori diversi; ed è ordinariamente assai malagevole lo stabilire un confine che vada indefinitamente decrescendo, e sia superiore alla differenza tra la funzione e la somma di un numero ognor crescente di termini della serie infinita.

Digitized by Google

L'Autore osserva, che talvolta nel calcolo numerico delle quantità si adoperano delle serie non convergenti, che coll'alternato segno dei loro primi termini decrescenti sembrano dare dei valori approssimati della quantità sviluppata in serie; ma tale corrispondenza non è fondata su alcuna dimostrazione, e l'Autore fece vedere che talvolta essa trarrebbe in errore. Egli trova che la teoría delle serie presenta ancora gravi dubbiezze.

L' Autore meraviglia che mentre gli imaginarj si ammettevano senza difficoltà, si promovessero poi tante obbjezioni contro gli infinitesimi. Forse si può rintracciarne la ragione in questo, che le quantità imaginarie appunto per la loro contradittoria definizione non sono suscettibili ad alcuna ulteriore obbjezione; quando aveano ottenuto d'essere ammesse, la loro causa era vinta, nè potevano per altra guisa divenir vulnerabili; e forse anche alcuni filosofi erano già abituati ad occuparsi dell' imaginario. Si può dimostrare che il calcolo degli infinitesimi non può dare origine ad alcun errore nè grande, nè piccolo. D' altronde gli infinitesimi non sono soltanto un artificio di calcolo, ma sono sì fattamente essenziali a molte applicazioni dell' Algebra, che senza di loro non potrebbero definirsi esattamente parecchie idee. Così la velocità in un dato istante di moto vario è il rapporto tra l' infinitesima lunghezza percorsa e l' infinitesimo tempo impiegatovi. La lunghezza d'un arco di curva è la somma di tutti i suoi archetti infinitesimi. Nè per l' area di una superficie concavo-convessa possono determinarsi due aree

poliedriche, fra le quali essa sia compresa, e che possano quindi servire a determinarne la derivata.

Siccome l'idea di *limite* è pur essa necessaria nella Matematica, così la quantità infinitesima può considerarsi non come una quantità determinata grande o piccola o piccolissima; bensì come una quantità variabile, della quale si riguarda lo stato di continuo ed indefinito avvicinamento ad un limite nullo. Il rapporto di due quantità variabili è pur esso una quantità variabile; e se quelle sono infinitesime, il rapporto potrà crescere oltre ogni limite: il che si esprime col dire che il suo limite è infinito, oppure aver per limite una quantità finita, oppure aver per limite lo zero; nel qual ultimo caso anche il rapporto si dirà infinitesimo.

Parlando della preferenza delle derivate Lagrangiane in confronto dei differenziali Leibniziani, l'Autore osserva che anche le prime richieggono la considerazione delle variazioni infinitesime, il cui rapporto è la derivata; del resto i principj del Lagrange possono fornire un algoritmo tanto comodo, quanto quello del Leibnizio, ed anzi ad esso identico: basta che colla caratteristica *d* s'indichino le derivate rispetto ad una variabile, della quale si suppongano funzioni arbitrarie tutte le variabili contenute nelle formule; quando si supporrà che una di queste variabili abbia un rapporto costante colla variabile indipendente (la quale non entra esplicitamente nelle formule), la sua derivata sarà costante.

Secondo l'opinione dell'Autore, la Geometría presenta pochi dubbj, poichè la difficoltà nella teoría delle

parallele è in qualche modo una difficoltà artificiale, volendosi aspirare ad un rigore di dimostrazione consistente nell'identità fra le premesse e le conseguenze, che non si raggiunge nemmeno in altre proposizioni, poichè bene spesso si ha bisogno di ricorrere all'evidenza, che nasce dalla considerazione delle figure.

L'Autore si propone di parlare in altro momento delle obbjezioni che alcuni filosofi promossero contro la Matematica.

Considerazioni estratte dalla *Rivista periodica dei lavori della I. R. Academia di Padova,*
Trimestre terzo e quarto del 1854-1855.

SBN 606598
Biblioteca Nazionale NAPOLI